András Szilárd Károly

Módosítunk anélkül, hogy változtatnánk

> Mert valóban zuhanunk, miközben sokan mások röpülnek.

Talán ezzel jellemezhető leginkább az elmúlt 25 év összes tantervmódosítási próbálkozása. Az már csak az élet jellemzője, hogy minden igyekezetünk ellenére mégis változnak a dolgok, és mivel mi úgy próbáltunk módosítani, hogy közben ne változtassunk (és mi magunk még kevesebbet változzunk), ezért talán nem meglepő, hogy a dolgok nem abba az irányba változnak, amelyet naiv vágyálmainkban néha vállalni merészelünk, esetleg helyesnek, vállalhatónak, tarthatónak gondolunk. Ellenkezőleg, a dolgok a természetes szétesés, az energiaminimum, illetve az entrópianövekedés irányába változnak. Legalábbis általánosságban, néhány lokális ellenpéldától eltekintve. Sok időnek kellett eltelnie, amíg megfogalmazódott, hogy „a szikla óhatatlan visszafelé görög." Iskoláinkban, a rendszer útvesztőiben, sok Sziszüphosz próbálja előre és felfele taszítani a rendszer kerekeit. Az eredmény viszont mégis az az élmény, amelyet talán a Pilinszky-sorok átiratával lehet leginkább érzékeltetni: *„és mégis, hogyha valamit tudok,/ hát ezt tudom, e forró folyosót,/ e nyílegyenes labirintust, melyben/ mind tömöttebb és mind tömöttebb/ és egyre szabadabb a tény, hogy [röpülünk]" – zuhanunk*.

Mert valóban zuhanunk, miközben sokan mások röpülnek. Ez a két állapot nem csak a sebesség mértékének szempontjából, vagy esetleg a végcél tekintetében jelent ellentétet, hanem zsigeri szinten képes kontrollálni emberi reakcióinkat.

Valószínűleg sokan túlzásnak vélik az előbbi néhány sort, ezért a továbbiakban megpróbálom érvekkel is alátámasztani őket, az 5–8. osztályos matematika tantervek részletesebb elemzése alapján. A pontosság kedvéért megemlítjük, hogy 1992-től 2008-ig[1] az 5–8. osztály matematika tanterve alig változott a szemlélet és a tartalmak szempontjából. A 2008-as tanterv fejlesztési követelményeket tartalmazott, 2009-ben[2] tértünk át a kompetencia alapú tantervekre. A legújabb 5–8. osztályos tantervet[3] 2017-ben hagyta jóvá a szaktárca, miután 2017. január 27. – február 13. között közvitára bocsátotta. Ehhez csak annyi megjegyzést fűzünk hozzá, hogy Magyarországon az első NAT (Nemzeti Alaptanterv) kidolgozásának munkálatai 1989 és 1995 közt zajlottak, majd 1998-tól kezdődően alkalmazták. Később 2003-ban, 2007-ben, illetve 2012-ben módosították a NAT-ot, mindhárom alkalommal jóval hosszabb ideig tartó előkészület, illetve közvita után. Még több előkészület vezetett például az Egyesült Királyság aktuális matematika tantervének

[1] Ordinul MECT 4875/22.07.2008

[2] Ordinul MECI 5097/10.09.2009

[3] Ordinul MEN 3393/28.02.2017

(lásd Department of Education, 2014) kidolgozásához: a munkálatok 2011-től 2014-ig tartottak (lásd Roberts, 2017), rengeteg szakember bevonásával és nagyon sok egyeztetéssel. Ehhez képest a mi tantervünk egy szupergyorsan összefércelt vázlat, amelynek a hátterében valószínűleg nem sok kísérleti tanítás, célirányos és helyi didaktikai kutatás, elméleti háttér vagy gyakorlati megfontolás áll.

Próbálom vázolni azokat a dimenziókat, amelyeket nem lehet figyelmen kívül hagyni, amennyiben valóban változtatni szeretnénk a tanterven:

1. a tantervnek rendszerelméleti szempontból koherensnek kell lennie, vagyis minden pontban kellene tudnunk, hogy milyen előzetes ismeretekre (bemeneti feltételek) lehet építeni, milyen kimenetet várunk a különböző alegységektől, illetve milyen eredményt várunk a hosszútávú folyamatoktól, és ezeket hogyan tudjuk mérni;
2. a tantervnek kivitelezhetőnek kell lennie projektmenedzsment szempontjából;
3. a tantervnek illeszkednie kell a gyerekek igényeihez, életkori sajátosságaihoz;
4. a matematika tantervnek korrelálnia kell az egyéb tárgyak tantervével;
5. a tantervnek tükröznie kell a társadalom (esetleg munkapiac) igényét;
6. a tanterv kidolgozása során a didaktikában létező modelleket, elméleteket is figyelembe kell venni;
7. a tanterv önmagában, a tartalmak felsorolásával és néhány módszertani elv megfogalmazásával semmit sem ér, mert az órákon a tanárok tanítanak a tankönyvek, illetve egyéb segédanyagok alapján, vagyis a tantervhez komplex kiegészítő eszköztár szükséges, amely segíti az összes résztvevő munkáját;
8. a matematika tantervnek tükröznie kell mind a matematika saját belső igényeit, mind a matematika alkalmazásai során felmerülő igényeket;
9. a tantervnek eléggé flexibilisnek és eléggé robusztusnak[4] is kell lennie;
10. a tantervnek összhangban kell lennie a nemzetközi törekvésekkel, felmérésekkel.

Ha az előbbi szempontokhoz valamilyen módon mérőszámokat rendelnénk (például egy 5-ös fokozatú Likert-skálát), és ez alapján próbálnánk összehasonlítani több különböző tantervet, illetve a tanároknak ezekről a tantervekről alkotott képzeteit, akkor ez egy több éven át tartó és több embert igénylő feladat lenne. Abszurd volna azonban a komoly tudományosság módszereit alkalmazni egy olyan tanterv elemzésére, amelynek az összeállítása során nem alkalmaztak ilyen módszereket. Emiatt mindössze megpróbálok felvillantani néhány részletet, körvonalazni néhány lehetséges szempontot, ami megmutatja, hogy az előbb felsorolt dimenziókban hol áll, merre tart a tanterv.

[4] A robusztus kifejezés ebben a kontextusban a hálózatelméleti analógiából származik. A neurális hálózatok esetében azt jelenti, hogy a hálózat nem érzékeny az adatvesztésre. Villamos hálózatok esetében azt jelenti, hogy néhány áramszolgáltató csomópont véletlenszerű kiktatását nem veszik észre a fogyasztók. A tantervelemzés szempontjából azt jelenti, hogy a szükséges kompetenciák és tudásanyag kialakítható akkor is, ha a tantervből véletlenszerűen néhány részt kiveszünk. A diákoknak ugyanis a saját ismerethálójukat kellene kiépíteniük. Mivel a matematikai ismeretek szorosan összefüggenek, gyakran egymásra épülnek, ezért a kiesések hosszú távon sok problémát okozhatnak. Ezért a matematika tanterv esetén a tanterv robusztussága kiemelt fontosságú. Korábban ezt a ciklicitás (koncentrikus tananyagelrendezés) támogatta.

1. A 2017-es tanterv (a korábbiakhoz képest) makroszinten több új elemet tartalmaz arra vonatkozóan, hogy rendszerelméleti szinten hogyan illeszkedik a matematika oktatása a társadalom működéséhez. Expliciten megjelenik, hogy a matematika egy alkotói terület, amely logikus és innovatív gondolatokra épül. Világosan megfogalmazódik, hogy a korábbi szigorúan száraz[5] szemlélet helyett az intuitív megközelítés ajánlott. Az *intuitív*[6] szó 21 alkalommal jelenik meg az új tantervben (miközben a 2008-as tantervben 8-szor, a 2009-es tantervben pedig mindössze 4-szer).

A tanterv 6 általános kompetenciát fogalmaz meg, amelyek gyakorlatilag megegyeznek a 2009-es tantervben megfogalmazott (és nemzetközileg ajánlott) általános kompetenciákkal. A fogalmak és algoritmusok alkalmazása esetén a matematikai kontextusokra összpontosít, míg a korábbi (2009-es) tantervben ez általánosabb volt. A megfogalmazott kompetenciák (adatok, mennyiségek, matematikai összefüggések azonosítása azokban a kontextusokban, amelyekben megjelennek; különböző információforrásból származó mennyiségi, minőségi és szerkezeti adatok feldolgozása; sajátos fogalmak és algoritmusok alkalmazása változatos matematikai kontextusokban; adott problémahelyzet megoldására vonatkozó információk, következtetések matematikai nyelvezetben való megfogalmazása; adott helyzet matematikai jellemzőinek elemzése; adott helyzetek matematikai modellezése más tudományterületekről származó ismeretek integrálásával) két fontos törekvést tükröznek: a nemzetközi trendhez való alkalmazkodást, illetve a matematika alkalmazásaira való összpontosítást. Ez nagyon örvendetes, csak a leg-

---

[5] A „száraz" kifejezés itt arra utal, hogy a korábbi tantervek alapján a matematikatanítás gyakran arra korlátozódott, hogy a tartalmakat valamilyen sorrendben a tanárok megpróbálták elmagyarázni a diákoknak, gyakran csak a matematikai formalizmusra alapozva – gyakorlati kontextusok, sejtések, kutakodások nélkül.

[6] Sajnos nem lehet pontosan értelmezni, mit jelent a tanterv kontextusában az intuitív megközelítés. Emiatt ahány tanár, annyi intuitív megközelítés képzelhető el. Ha az intuitív szónak a köznapi vagy akár más tudományterületeken használt jelentését alkalmaznánk, bizony nagy bajban lennénk. Például Carl G. Jung pszichoanalitikus szerint ez egyfajta ösztönös megértés, ami azt jelenti, hogy valamit teljes egészében megértettünk anélkül, hogy meg tudnánk magyarázni, mi és hogyan történt. Csakhogy a matematikai tulajdonságokat nem lehet egészen érteni anélkül, hogy azt is értenénk, hogy mi miért van. Több lexikon értelmezésében az intuíció *közvetlen belső észlelés* vagy *sugallatszerű látásmód*. Az intuíció tehát nem egy tapasztalat vagy értelemszerű gondolkodásmód által nyert belátás, illetve nem a valóság közvetlen átélése. A matematika tanításában ez az értelmezés sem alkalmazható, hisz ellentmond a matematika saját belső felépítésének. A matematikatanításban az intuitív megközelítés a heurisztikus problémamegoldással, a jelenségek közvetlen megtapasztalásával, a sejtések, hipotézisek megfogalmazásával kapcsolható össze. Intuitív módon belátni egy tulajdonságot azt jelenti, hogy sajátos esetekben közvetlen módon is meggyőződünk annak igaz voltáról, példák és ellenpéldák alapján megvizsgáljuk a feltételek szükségességét, elégségességét, függetlenségét, illetve valamilyen sajátos érvrendszert próbálunk felépíteni annak belátására, hogy a tulajdonság valóban nemcsak abban a néhány sajátos esetben igaz, amelyre konkrétan megvizsgáltuk, hanem sokkal általánosabban is. Ez az érvrendszer nem egy formailag helyes bizonyítás, de mindenképpen tartalmazza az univerzalitás, az általánosság szikráját. Természetesen az is hozzátartozik, ha valaki (akár a konkrét esetek vizsgálata nélkül) megsejt valamilyen tulajdonságot (például egy analógiára alapozva). Ám az adott tulajdonság intuitív megtanítása azt is feltételezi, hogy olyan kontextusba helyezzük, vagy olyan gondolatmenetet társítsunk hozzá, amelyben a formális bizonyítás nem is szükséges, mert e nélkül is pontosan lehet érteni, hogy mi miért van, a tulajdonság miért igaz.

több gyakorló tanár valószínűleg ezzel nem tud mit kezdeni. Egyrészt, mert nem járatos a kulcskompetenciák, alapkompetenciák, szakmai kompetenciák rendszerében, másrészt mert nincs meg a szükséges didaktikai hagyomány, amelyben ez értelmezhető lenne. Ugyanakkor a tanterv nem tartalmaz semmiféle utalást arra vonatkozóan, hogy a megfogalmazott általános kompetenciák az oktatási folyamat kimenetelére vonatkozóan mit jelentenek. Emiatt makroszinten szakadás észlelhető mind a bemenet, mind a kimenet szintjén, tehát a tanterv egy külön buborékot generál: a matematikatanítás buborékját. Mikroszinten a probléma még súlyosabb, mert a tanterv a tanulmányi évekre, illetve a fejezetekre való bontás mellett semmiféle támpontot nem nyújt arra vonatkozóan, hogy a direkt módon nem alakítható készségek (pl. a becslés készsége, a gondolatmenet építésének készsége vagy az összpontosítás, a pontos munkavégzés készsége) vagy akár a közvetlenül formálandó készségek (pl. számolási készség) milyen szintje szükséges ahhoz, hogy egyik tanulási egységről áttérjünk a következőre. Ebből a gyakorlatban rengeteg probléma adódik, mert a legtöbb diáknak gondjai vannak az előbb említett készségekkel, és a lemaradás egyre nagyobb lesz az iskolai évek során. Talán sokkal egyszerűbb lenne azt mondani, hogy 5–8. osztály végére a diáknak tudnia kell számolni természetes számokkal, egész számokkal és racionális számokkal; ismernie kell a szimbolikus számolás alapjait; képesnek kell lennie alapvető síkgeometriai alakzatokon számításokat végeznie, illetve mindezt alkalmazott üzemmódban elvégezni a többi tantárgy ismeretanyagán belül is, és ezzel egy időben olyan kompetenciákat kellene fejleszteni mint az együttműködés, a kommunikáció stb. A térgeometriát ráérne egy kicsit később, de sokkal alaposabban tanulni.

2. Projektmenedzsment szempontjából nézve a tantervet, a tanulási folyamatokat, egy sokkal részletezőbb leírásra lenne szükség. Ezt próbálja a tanárok által elkészített éves ütemterv pótolni, csakhogy az ütemterv is a tanterv alapján íródik, tehát leginkább a tartalmakat próbálja meg időben elhelyezni egy lineáris (idő)skálán, és kevésbé igyekszik a folyamatokat összehangolni. Különösen érdekes, hogy erre az összehangolásra a tanterv sem törekszik, hisz több helyen önmagának ellentmond. Például az 5. osztály első tanulási egységében azt írja, hogy a tanuló azonosítsa a természetes számokat egy diagramon, táblázatban, grafikonon, illetve a számjegyeire megszabott feltételek alapján határozzon meg természetes számokat. Az első esetben sok olyan készség szükséges, amely az 5. osztály elején nem elérhető. Például mintázatot kell felismerni a grafikonra írt számok alapján, esetleg arányosság alapján lehet leolvasni expliciten fel nem tüntetett adatokat stb. A második esetben a számjegyekre megszabott feltételek gyakran egyenlethez vezetnek (bonyolultabb esetben egyenletrendszerhez), de még az egyszerűbb esetekben is a gondolatmenet valójában logikai műveleteken vagy halmazműveleteken alapul. Ezek egy matematikatanár számára talán alapértelmezettek, de a gyerekeknek nehéz-

Projektmenedzsment szempontjából nézve a tantervet, a tanulási folyamatokat, egy sokkal részletezőbb leírásra lenne szükség.

Újdonságnak számít az 5–8. osztályos tantervben az aritmetikai módszerek explicit tartalmi megjelenítése.

séget okoznak. A gyerekek fogalmilag nem tudják, hogy a kritériumok (például az oszthatósági kritériumok) miben különböznek más tulajdonságoktól. Például nem ugyanazt jelenti az „egy szám akkor osztható 3-mal, ha a számjegyeinek összege osztható 3-mal" mondat, mint az „egy szám akkor és csakis akkor osztható 3-mal, ha a számjegyeinek összege osztható 3-mal". A második egy kritérium, amely alapján bármely természetes számról el lehet dönteni, hogy osztható 3-mal vagy nem, míg az első csak annyit mond, hogy ha a szám számjegyeinek összege osztható 3-mal, akkor a szám is osztható 3-mal, de arról semmit sem mond, hogy ha a számjegyek összege nem osztható hárommal, akkor mi a helyzet. Látható tehát, hogy a tanterv alapján a kritériumot a gyereknek meg kell tanulnia, sőt alkalmaznia is kell, miközben azok a tartalmi részek, amelyek logikailag alátámasztanák a megértést (a halmazok) hiányoznak. Természetesen mindez csak azt mutatja, hogy mit kell a tanárnak pótolnia. A probléma csak annyi, hogy így viszont a tantervben megfogalmazott cél, mely szerint a felsorolt tartalmak a tanítási idő 75%-át fedik le, és a további 25%-ról a tanár dönt, gyakorlatilag értelmüket vesztik. Ha egy 3 órás rész tanításához szükséges gondolkodási mechanizmusok előkészítése további 2 órás tevékenységet igényel, akkor máris 25%-kal több idő kellene, mint ami rendelkezésre áll, ahhoz, hogy a 75%-nak minősített részt megtaníthassuk. Ettől eltekintve nagyon jó, hogy az oszthatóságot (ami konkrét és kézzelfogható tevékenységek tervezését teszi lehetővé), a prímek fogalmát, a legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös fogalmát visszatették 5. osztályba. Ezzel gyakorlatilag ez a rész visszarendeződött a 2008 előtti állapotba.

Újdonságnak számít az 5–8. osztályos tantervben az aritmetikai módszerek explicit tartalmi megjelenítése, bár ajánlott tanítási tevékenységként korábban is szerepelt, az egyenletek korai bevezetése miatt jelentősen háttérbe szorult, és ez fontos gondolkodási mechanizmusokat iktatott ki. Az 5. osztályos tananyag változásai közül érdemes megemlíteni a szögek és azok mértékének bevezetését, ami nagyon hasznos lehet a szintén 5.-ben földrajzból tanult földrajzi koordináták megértéséhez (ehhez persze arra lenne szükség, hogy a földrajzi koordináták és a szögek tanítására egy időben kerüljön sor). A szögek mértékének bevezetése így megalapozza a törtek ábrázolására használt tortadiagramok használatát is, ami eddig teljesen értelmetlen módon jelent meg a tananyagban. Ugyanakkor érthetetlen, hogy az idő és a pénz mértékegységei miért tűntek el a tartalmak felsorolásából, miközben a sajátos kompetenciáknál és az ajánlott tevékenységeknél megjelennek.

A 6. osztályos tananyagban többször is megjelenik a „bizonyítás nélkül" pontosítás, viszont érdekes módon az egybevágó háromszögek módszere megjelenik a tartalmaknál. Ez eléggé különös, hisz a bizonyítás nélkül kért tulajdonságok zöme az egybevágó háromszögek módszerével bizonyítható, tehát a diák szempontjából nézve, ha azokat nem kellett bizonyítani, akkor miért kellene bármi egyebet is. Ráadásul 7. osztályban jóval komplexebb gondolatmenetek esetén már szükséges lesz a bizonyítás. A Pitagorasz-tétel szintén átkerült a 6. osztályos tananyagba, természetesen bizonyítás nélkül. Pedig bizonyítható lenne akár területekkel, direkt átdarabolással vagy akár kiegészítéssel, ha a tanterv továbbra is nem zárkózna el a területen alapuló bizonyítások (érvelések) használatától. Tudományos szempontból érthető, hogy a terület értelmezése nem teljesen egzakt az 5–8. osztályban (például annak a korrekt bizonyítása, hogy a $\sqrt{2}$ és $\sqrt{3}$ oldalú téglalap területe $\sqrt{6}$ nem 5–8. osztályos tananyag), ezért korrekt bizonyításokat nem építünk erre a fogalomra. Didaktikai szempontból azonban ez az álláspont értelmetlen (különösen úgy, hogy egy csomó tulajdonság jelenik meg bizonyítás nélkül), mert több olyan bizonyítás van, ami sokkal szemléletesebb és egyszerűbb, ha a területfogalomra épül. A 8. osztályos tananyagból az egyenletrendszerek átkerültek a 7. osztályba (természetesen a geometriai megközelítés nélkül, mert a függvény fogalma maradt 8.-ra), a 7. osztályban a geometriai fogalmak sorrendje megváltozott, a kör előbb került, mint a hasonlóság és a metrikus relációk. A rövidített számítási képletek érthetetlen módon átkerültek 7. osztályból 8. osztályba. Ezzel a jövendőbeli végzősök számolási készsége várhatóan az eddiginél sokkal rosszabb lesz, arról talán ne is beszéljünk, hogy a gyökvonást sem lehet megérteni a binom négyzetének kifejtése nélkül (pedig az $x^2 = a$ egyenlet megoldása, vagyis a gyökvonás 7. osztályban maradt). A 8. osztályos tananyag majdnem változatlan, az intervallumok és elsőfokú egyenlőtlenségek kerültek át a 7.-es tananyagból, illetve megjelent néhány statisztikai mutató is a tananyagban (gyakoriság, átlag, medián, módusz, amplitúdó). Ehhez képest a magyarországi 5–6. osztályos tanterv a *Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok* résszel kezdődik, ami alapot teremt a vizuális ábrázolásokhoz, a gondolatmenetek megértéséhez stb. (természetesen itt sem absztrakt szinten, hanem a gyerek életkori sajátosságaira építve). Ugyanakkor a magyarországi tanterv fejlesztési követelményeket fogalmaz meg (például koncentrált figyelem), kapcsolódási pontokat tartalmaz a többi tantárgy irányában (például a törtszámok és a hangjegyek értékének kapcsolata), valamint egyértelműen megfogalmazza a fejlesztés várt eredményeit a két évfolyamos ciklus végén. A legtöbb országban az elérni kívánt cél a tanterv szerves és elsődleges része (lásd például Új-Zéland követelményrendszerét). A tanterv részletességét az is mutatja, hogy például az Új-Zéland 1992-es matematika tantervét a minisztérium egy 224 oldalas dokumentumban részletezte.

3. A tanterv tartalmi része nem módosult lényegesen a teljes 5–8. osztályos ciklust nézve. Ugyanakkor a gyerekek kommunikációs, szocializációs, technológiai szokásai radikálisan megváltoztak az elmúlt 25 évben. Az új technológiai eszközök miatt a számolási készség nem igénye a gyerekeknek, sőt a tanterv tartalmi részeinek zöme (prímszám, rövidített számítási képlet, térfogatképletek stb.) teljesen idegen a gyerekek köznapi életétől. Emiatt a tanárok részéről igen komoly erőfeszítést, napi szintű átgondolást igényel az oktatási tevékenységek konkrét megtervezése. Ezt az erőfeszítést a legtöbb tanár nem tudja vállalni, vagy esetleg nem is érzékeli. Emiatt a tanterv mellékleteként fontos lenne innovatív tanítási tevékenységek konkrét tervét is mellékelni. Ilyen tevékenységekre le-

Ez matematikus szemmel egy többváltozós függvényt, esetleg adatfeldolgozást jelent fogalmilag, viszont mindennek semmi köze az 5. osztályos matematika tantervhez.

het jó példákat találni (Nahalka, 2008 vagy András és tsai. 2017, Zsombori és András 2017), de a teljes tantervet támogató tevékenységrendszer hiányában a tanterv célkitűzései és módszertani ajánlásai nem realizálhatók a tanórákon.

4. Tantervi keresztkapcsolatok

4.1. A matematika és a földrajz tantervek korrelációja. Korábban már említettük a földrajz tanterv és az új matematika tanterv közti összefüggést a szögek mérésének tekintetében az 5. osztályban. A 6. osztályban a kartográfiai reprezentációkhoz az arányok ismerete nélkülözhetetlen, illetve a földrajz tanterv gyakorlati alkalmazásként ajánlja a digitális és klasszikus kartográfiai eszközök segítségével végzett területmérést is. Ez a 6. osztályos matematika tananyagot megelőzi, a területszámítást, a topográfiai méréseket a 7. osztályban lehetne matematikai megalapozottsággal elvégezni. Szintén 5–6. osztályban a földrajz tanulásához föltétlenül szükség van diagramok, táblázatok adatainak leolvasására, tehát ebben a tekintetben is gond van a két tanterv korrelálásával. A probléma az, hogy a jelenlegi stratégia alapján a két tanterv nem is korrelálható, hisz a földrajz tantervben előbb az általános elvek jelennek meg (pl. kartográfia) és csak azután a konkrét részletek (pl. Románia földrajza).

4.2. A matematika és a biológia tanterv korrelációja. Az 5. osztályos biológia tanterv ajánlott gyakorlati tevékenységei közt szerepel az élőlények fejlődésének hosszú távú megfigyelése és környezeti meg egyéb tényezőktől való függésének vizsgálata. Hasonló témák megjelennek 7. osztályban is. Ez matematikus szemmel egy többváltozós függvényt, esetleg adatfeldolgozást jelent fogalmilag, viszont mindennek semmi köze az 5. osztályos matematika tantervhez. 7. osztályban sem igazán látható a korreláltság, mivel a függvényszerű összefüggések grafikus ábrázolása csak 8. osztályban jelenik meg.

4.3. A matematika és a kémia tanterv korrelációja. A 7. osztályos kémia tanterv tartalmainak megértéséhez az alapvető számolási készség nélkülözhetetlen, természetesen a tizedes törtekkel, százalékokkal végzett műveletek, illetve az egyszerű egyenletek megoldása szükséges. Mindez körülbelül ebben az időszakban konszolidálódik a diákokban, tehát ez a rész jól korrelált a matematika tananyaggal. A 8. osztályos kémia tananyagban reakciók és a hozzájuk kötődő számítások vannak előtérben. A kémiai reakciók kiegyenlítése matematikai szempontból valamilyen egyenletrendszer megoldását jelenti, és gyakran az egyéb számolások is egyenletrendszerekhez vezetnek. Az egyetlen probléma, hogy az ismeretlenek száma néha lehet 2-nél több, ezért a reakcióegyenletek kiegyenlítését általában nem is szokták a kémiatanárok egyenletrendszer segítségével megoldani.

4.4. A matematika és a fizika tanterv korrelációja. 6. osztályban az első probléma az összetett mennyiségek tanítása során jelenik meg (pl. sebesség, sűrűség). Egyrészt a fizikai tartalmak kezeléséhez a racionális számokkal végzett műveletek már funkcionálisan működő szinten kellene hogy legyenek a tanév első részében (és a matematika tanterv erre csak később tér ki), másrészt a szimbolikus számolás, az egyenletek megoldása is szükséges a feladatok megoldása során (törtekből kifejezni ismeretleneket stb.). Mindez a matematika tantervben valamivel későbbi tanulási szakaszban jelenik meg. 7. osztályban a fizika tananyagban megjelennek a vektorok és a velük végzett műveletek, miközben a matematika tananyagban éppen hogy megjelent a paralelogramma. Ezen kívül a feladatok nagy része szimbolikus számolást igényel, egyenletek és egyenletrendszerek megoldását, illetve a függvényszerű összefüggésekben való jelenségcentrikus gondolkodást, grafikonok elkészítését és leolvasását, ami a matematika tantervben a következő évben jelenik meg. 8. osztályban a helyzet egy kicsit jobb, eltekintve attól, hogy az elektromos áramkörökre felírt Kirchhoff- és Ohm-törvényekből igen gyakran lehet 2-nél több ismeretlent tartalmazó egyenletrendszerhez jutni.

Összességében kijelenthetjük tehát, hogy a tantervek közötti korrelációról nem beszélhetünk.

4.5. A matematika és a technológia tanterv korrelációja. A 6. osztályos technológia tanterv elején épületek méretarányos makettjének elkészítése, egyszerű tervrajzok jelennek meg. Ez jóval megelőzi az arányosság, a hasonló alakzatok fogalmának tanítását matematikából. 7. osztályban a műszaki rajz alapelemei képezik az egyik fejezet tárgyát, ami szintén megelőzi a térmértan elemeinek tanítását.

4.6. A matematika és az informatika tanterv korrelációja. Az 5. osztályos informatika tantervben megjelennek az algoritmusok, a logikai operátorok, a szekvenciális utasítások, az algoritmusokban használt állandók és változók. 6. osztályban 3D-s animációkról (pl. forgatás stb.), a különböző ciklusokról (elöltesztelő, hátultesztelő és számlálós) tanulnak a diákok, 7. osztályban valamilyen programozási nyelven írnak egyszerű programokat, 8. osztályban táblázatkezelés, sorozatok, sorozatokkal végzett műveletek jelennek meg. Mindez semmilyen korrelációt nem mutat a matematika tantervvel, hisz a matematika tantervben az előbb leírt tartalmak megértéséhez szükséges fogalmak/eszközök sokkal később jelennek meg (például a logikai műveletek és a sorozatok a 9. osztályban).

Összességében kijelenthetjük tehát, hogy a tantervek közötti korrelációról nem beszélhetünk, sőt állíthatjuk, hogy minél közelebb áll egy tárgy tartalma a matematikához, annál nagyobb az eltolódás a tantervek közt. Ennek több oka lehet, de az mindenképpen egy tényező, hogy különböző munkacsoportok dolgozták ki az egyes tárgyak tantervét, és a munkacsoportok közt nem volt egyeztetés. Az is nagyon érződik, hogy a munkacsoportokban kevés olyan tanár vett részt, aki aktívan tanít 5–8. osztályban.

5. A munkapiacon, a munkaadók által megfogalmazott kompetenciák (pl. együttműködés, kommunikáció) fejlesztésére van utalás a tantervben, de nem jelenik meg konkrét tanítási tevékenységek szintjén. A szakmai kompetenciák kizárólag olyan hely-

Ha a tanterv kidolgozásának módszertanára is reflektálunk, akkor még komolyabb problémáink adódnak.

zeteket fednek, amelyek egyéni fejlődésre vonatkoznak, és a tanterv egyáltalán nem tartalmaz olyan tevékenységeket, amelyeket csapatmunkában vagy csoportos projektként előnyösebb elvégezni.

6. A didaktikában létezik néhány elmélet, modell, amelynek ismerete kulcsfontosságú. Az ATD (Anthropological Theory of the Didactics) néven ismert elmélet (lásd Bosch és Gascón, 2014) Yves Chevallard nevéhez fűződik, és alapgondolata az, hogy a didaktikában minden jelenség értelmezéséhez a következő 9 szintet kell figyelembe venni: a civilizáció, a társadalom, az iskolarendszer, a pedagógia, a tudományterület, a tantárgy, a témakör és a téma szintje. Ezek a szintek egymásra épülnek, ezért bármilyen változtatást szeretnék egy szinten végrehajtani, a fölötte levő szintek nélkül lehetetlen. Például hiába szeretnénk kicserélni a tanterv tartalmi részét a tantárgy szintjén, mert a tudományterület képviselői ezt nem fogják jóváhagyni. De ha véletlenül ez meg is lenne, az aktuális pedagógiai irányzatok képviselőinek jóváhagyása szintén szükséges, illetve az iskolarendszer, a társadalom szintjén is módosítani kell ennek megfelelően. Ez az elmélet egyszerű magyarázatot ad arra, hogy miért lenne szükséges széles körű társadalmi konzultációra egy valós változás véghezviteléhez. Ha ezt nem tesszük meg, akkor bármilyen jóindulatú is lenne a módosítási szándék, változást nem fog eredményezni. Szintén Chevallard nevéhez fűződik a didaktikai átültetés elmélete (Theory of Didactical Transposition, lásd Bosch és Gascón, 2006), amely arra ad magyarázatot, hogy a társadalom szintjén szükségesnek ítélt tudást (mítoszt) hogyan kell átminősíteni, átalakítani ahhoz, hogy az iskolai környezetben életképes tudás legyen, vagy legalábbis annak tűnjön. A matematika ebből a szempontból egy egzotikus entitásnak számít, hisz a legtöbb igazán hasznos tudás, amit később felhasználunk, nem tartalomcentrikus. Például a problémamegoldó készség nem a konkrét matematikai tartalmakhoz kötött, de a matematikával nagymértékben fejleszthető. Érdekes módon a 2012-es és 2003-as PISA felmérések kiegészítő komponense éppen a problémamegoldás volt, és a PISA felmérés (lásd OECD, 2012) kidolgozóinak kifejezett célja volt, hogy konkrét tartalmak nélkül mérjenek problémamegoldó készséget. A matematika és az informatika tanterv éles különbségéből világosan látszik, hogy a matematika tantervben nem sikerült az átültetést kivitelezni, valószínűleg nem is ez volt a szándék.

Ha a tanterv kidolgozásának módszertanára is reflektálunk, akkor még komolyabb problémáink adódnak. A tanterv fejlesztésének ugyanis több modellje létezik: Tyler (1949), Taba (1962), Saylor, Alexander és Lewis (1981), Oliva (2005). Ezek a modellek szekvenciálisak (a lépések sorrendje adott), ötvözik a tantervi fejlesztést és az oktatási tevékenységek tervezését, mindegyikben előbb a tantervi fejlesztés célja van megfogalmazva, és a végén a fejlesztés hatékonyságának mérése is szerepel. A nálunk megjelenő tantervi fejlesztések közül egyedül a 2009-es tantervnek voltak meg a fejlesztési céljai (a kompetenciákra alapozott tantervre való áttérés szükségessége), a többi esetén ezek nem látszanak, ezek nélkül egyszerűen nem értelmezhető a tanterv módosulása, legalábbis az ATD rendszernek a tantárgynál tágabb szintjein, következtetésképpen tehát nem lesz igazi pozitív hatása még tantárgyi szinten sem (bár érezhetően sok pozitívuma van).

Ugyanakkor érződik, hogy a matematikai tisztaság, szépség, rendezettség a korábbi tantervhez képest több helyen is csorbul.

7. A tantervben szereplő tartalmakat a tanárok elsősorban a korábbi tanítási tapasztalatuk tükrében értelmezik. Ezért a 7. osztály elején megjelenő $x^2 = a$ egyenlettel a 8. osztályban megjelenő rövidített számítási képletek segítsége nélkül még azokban az egyszerű esetekben sem tudnak mit kezdeni, amikor az a is teljes négyzet. Hasonló volt a helyzet 2008-ban, amikor a tizedes törtekkel végzett műveletek a tantervben a törtekkel végzett műveletek előtt jelentek meg. A tanárok döntő többsége nem azon gondolkodott, hogy ennek mi lehet a logikája (mert az is van neki: ha ugyanis eszközorientáltan tanítjuk a műveleteket a természetes számokkal, akkor azok automatikusan a tizedes törtekre is kiterjeszthetők), hanem vagy azt mondta, hogy ez képtelenség, vagy megtanította előbb a közönséges törtekkel végzett műveleteket. Emiatt a változásokat külön ki kellene emelni és egyenként elmagyarázni. Talán kevesebb energiába kerülne a tanterv kidolgozóinak ezt megtenni, mint több ezer tanárnak külön-külön agyalni rajta, és jó esetben találni rá valamilyen magyarázatot. Ebből a szempontból a tanterv használhatatlan, nem segít javítani az oktatási folyamatot.

8. Az európai oktatásban érvényesülő kulcskompetenciák fejlesztésének igénye és az ennek nyomán érvényesülő pedagógiai szemlélet a tantárgyi tartalmak oktatását alárendeli az életszerű, alkalmazható tudás kialakításának. Valószínűleg ennek tulajdonítható, hogy sok tekintetben a tanterv megpróbál alkalmazkodni ehhez az elváráshoz, és a módszertani megjegyzésekben, valamint a kompetenciák megfogalmazása során is nagyobb hangsúlyt kapnak az alkalmazások. Természetesen mindennek semmi jelentősége nincs addig, amíg nincs olyan tankönyv és eszköztár, amely valóban tükrözné ezeket az ajánlásokat. Ugyanakkor érződik, hogy a matematikai tisztaság, szépség, rendezettség a korábbi tantervhez képest több helyen is csorbul azáltal, hogy a tananyagot egyszerűsíteni próbáljuk, és azt írjuk, hogy „bizonyítás nélkül". Ez a létező matematikatanítási hagyományban értelmetlen, ezért sok tanár nem tudja, mit kezdjen vele. Nem tudja, hogy a bizonyítást milyen intuitív megközelítéssel, tevékenységgel helyettesíthetné, annak érdekében, hogy a diákok mégis értsék és képesek legyenek alkalmazni is a megfelelő ismereteket. Próbáljuk végiggondolni annak a tanárnak a helyzetét, aki az ajánlás ellenére, saját józan eszére és matematikai képzettségének hatására néhány egyszerű bizonyítást megmutat a diákoknak, már csak azért is, hogy egyáltalán fogalmuk legyen arról, hogy mi is az. A nem megfelelően átgondolt szabályok, homályos félmegoldások ellehetetlenítik a tanárok mindennapjait (természetesen tisztelet a kivételnek, aki ezeket a csapdákat kellő nyugodtsággal, tudatossággal és szakmai hozzáértéssel megelőzi/

Az új tanterv semmilyen garanciát nem biztosít arra, hogy az oktatási folyamatok minősége javuljon.

kezeli). Ilyen tantervi felépítés mellett nem csodálkozom azokon az egyetemi hallgatókon, akik matematika szakra jelentkeznek úgy, hogy nem ismerik az implikáció logikai tábláját, nem tudják, hogyan kell leírni egy bizonyítást, fogalmuk sincs az 5–8. osztályos tananyagban szereplő tulajdonságok bizonyításáról stb. Ez csak néhány a sok következmény közül, amit ez a tanterv is eredményezni fog hosszú távon.

9. A tanterv flexibilitása azt jelenti, hogy különböző felkészültségű, különböző kulturális háttérrel rendelkező gyerekekre is alkalmazható. A robusztussága arra vonatkozik, hogy akkor is megérthető, ha véletlenszerűen néhány részt kiveszünk belőle. Alan Schoenfeld és kutatócsoportja által kidolgozott TRU keretrendszer (Teaching for Robust Understanding) szempontjából nézve a tartalmak tulajdonjogi érzete nem adódik át a diákoknak, a tanterv továbbra is alapvetően arról szól, hogy a diákok elsajátítanak ismereteket, fejlesztik saját kompetenciáikat, nem arról, hogy tevékenységek által felfedezik a saját világukat. Ez egy alapvető probléma a mai világban, hisz a konkrét tartalmak gyorsan elérhetőek a világhálón, ezért amennyiben nem alakul ki az új ismeretek birtoklásának érzése, a tanítási-tanulási folyamat teljesen fölöslegessé válhat. A tanterv sajnos nem flexibilis, és a robusztusságnak a nyoma sem lelhető fel benne, hisz sok olyan fontos fogalom van, ami egyszer jelenik csak meg benne. Aki azt az egy alkalmat elszalasztotta az adott fogalom megértésére, annak nincs is további esélye, sőt az arra épülő fogalmakat sem fogja érteni. Ezt a problémát természetesen a tanár tudja kontrollálni megfelelően felépített tevékenységek sorozatával (csak éppen legyen rá ideje).

10. Érezhető, hogy a tanterv kidolgozása során fontos szempont volt a nemzetközi trendekhez való igazodás (nem sok formalizálás, kevés bizonyítás, inkább számolásokra alapozott gyakorlatok, alkalmazások kiemelése, kompetenciák megfogalmazása stb.). Ugyanakkor a nemzetközi matematikatanításban több olyan szempont is van, amelyeket a tanterv felépítéséből fakadóan elutasít. Ilyen például a számológépek iskolai használata. Erről egy szó sem esik a tantervben, de a tartalmak felépítéséből kiderül, hogy kézi számolással kell dolgozni. Ugyanakkor a nemzetközi felmérések során olyan készségeket mérnek, amelyeket nem lehet csak a vizsga kedvéért elsajátítani (ezért is van például az, hogy a PISA-tesztek nem nyilvánosak). Maradna tehát az egyetlen stratégia, hogy alaposan, megértésre alapozva tanulják meg a diákok az alapvető matematikai tartalmakat. Az erre való törekvést nem érzékeltem a tantervből (míg például az Egyesült Királyság vagy a Magyarország tantervéből ez egyértelműen sugárzik), sokkal inkább az érezhető, hogy próbálunk megfelelni annak, amit mérnek, anélkül, hogy alapjaiban átgondolnánk és megváltoztatnánk a koncepciónkat.

Az előbbi dimenziók, szempontok részletezéséből egyértelműen látszik, hogy az új tanterv semmilyen garanciát nem biztosít arra, hogy az oktatási folyamatok minősége javuljon. Ez a piacgazdaság nyelvére lefordítva azt jelenti, hogy a fiataljaink munkavállalalási esélyei a globális munkapiacon nem fognak relatív javulást mutatni, vagy ha mégis, akkor annak az oka nem a jobb tanterv lesz. 2017-ben lettek másodéves egyetemi hallgatók azok a diákok, akik a 2008-as tanterv szerint kezdték az 5–8. osztályt. Közülük néhányan most kezdték tanulni a matematika tanítását, két év múlva már kezdő tanárként visszakerülnek a rendszerbe, és újabb 10 év múlva azok kezdenek majd dolgozni, tanítani, akik a 2017–2018-as tanévben az új tanterv alapján kezdenek tanulni 5. osztályban. A tanterv hatása majd akkor fog igazán érvényesülni. Addig valószínűleg tart még a zuhanás, persze vigasztalhatjuk magunkat azzal, hogy az Európai Unió országai közül a PISA-felmérés utolsó helyéről nagyot nem lehet zuhanni, de közben mások röpülnek, ezért valójában a leszakadás egyre nagyobb lehet, hacsak nem állandósul az állapot.

Szakirodalom

András Szilárd, András Zsuzsanna, Kolumbán István, Pataki Tímea (2017): *Matematikai tevékenységek – Az Erdélyi Tehetségsegítő Tanács szakköri és tábori foglalkozásai matematikából.* Státus Kiadó, Csíkszereda.

Bosch, M., Gascón, J. (2014): Introduction to the Anthropological Theory of the Didactic (ATD), in Bikner-Ahsbahs A., Prediger S.: Networking of Theories as a Research Practice in Mathematics Education, Springer

Bosch, M.**,** Gascón, J**.** (2006): Twenty-Five Years of Didactic Transposition**.** *ICMI Bulletin*, 58. 51–63**.**

Brousseau, G. (2002): *Theory of Didactical Situations in Mathematics.* Kluwer Academic Publishers, Dordrecht

Chevallard, Y. (1992): A Theoretical Approach to Curricula, *Journal für Mathematik-Didaktik*, **13**. 2–3. 215–230.

Clements, D. H., Battista, M. T. (1992): Geometry and spatial reasoning. In: D.A Grouws (szerk.): *Handbook of research on mathematics teaching and learning.* Macmillan Kiadó, New York, 420–464.

Nahalka István: *A matematikai kulcskompetencia fejlesztésének lehetőségei a környezeti nevelés területén*. http://korlanc.uw.hu/kulcskompetenciak/matematika_nahalka.pdf (Letöltve 2017. 08.20.)

Oliva, P. F. (2005): *Developing the curriculum* (6. kiadás). Pearson, Boston.

Lunenburg, F. C. (2011): Curriculum Development: Deductive Models, *SCHOOLING* **2**. 1. 1–7.

Roberts, N. (2017): *The school curriculum in England, BRIEFING PAPER* Number 06798. http://researchbriefings.files.parliament.uk/documents/SN06798/SN06798.pdf (2017. 08. 20-i megtekintés)

Soto, S. T. (2015): An Analysis of Curriculum Development. *Theory and Practice in Language Studies*, **5**. 6. 1129–1139.

Saylor, J. G., Alexander, W. M., Lewis, A. J. (1981). Curriculum planning for better teaching and learning. New York, NY: Holt, Rinehart, & Winston.

Schoenfeld, A. H., The Teaching for Robust Understanding Project (2016): *An Introduction to the Teaching for Robust Understanding (TRU) Framework*. CA: Graduate

School of Education, Berkeley. http://map.mathshell.org/trumath.php vagy http://tru.berkeley.edu (2017. 08. 20-i megtekintés)

Shriraman, B. és English, L. (2010): *Theories of Mathematics Education*. Springer, Berlin-Heidelberg

Taba, H.(1962): *Curriculum Development: Theory and Practice.* Harcourt, Brace & World, New-York.

Tyler, R.W. (1949): *Basic principles of curriculum and instruction*. The University of Chicago Press, Chicago.

Zsombori Gabriella, András Szilárd (2017): *Ki lakik a csellista szomszédjában? Hidak építése az I–IV. osztályos és V–VIII. osztályos matematika között, kíváncsiságvezérelt tevékenységek segítségével.* Státus Kiadó, Csíkszereda.

***Department for Education (2014): *The National Curriculum in England: Key Stages 3 and 4 framework document.* https://www.gov.uk/government/publications/national-curriculum-in-england-secondary-curriculum (2017. 08. 28-i megtekintés).

***OECD (2014): *PISA 2012 Results: Creative Problem Solving: Students' Skills in Tackling Real-Life Problems* (Volume V.), PISA, OECD Publishing. http://dx.doi.org/10.1787/9789264208070-en (2017. 08. 28-i megtekintés)

***OECD (2004): *PISA 2003 Results: Problem Solving for Tomorrow's World – First Measures of Cross-Curricular Competencies from PISA 2003.* https://www.oecd.org/edu/school/programmeforinternationalstudentassessmentpisa/34009000.pdf (2017. 08. 28-i megtekintés)

***Új-Zéland matematikai követelményrendszere az 1–8. osztály számára: https://nzmaths.co.nz/sites/default/files/images/NZC_Mathematics_Standards_for_years_1-8_poster.pdf (2017. 08. 28-i megtekintés)